Wissenschaftliches Rechnen

Aufgabenblatt 3 (Theorie)

wr@isg.cs.uni-magdeburg.de

SoSe 2019

Allgemeine Hinweise:

- Die Aufgaben sind von jeder/m Studierenden *einzeln* zu bearbeiten und abzugeben (Plagiate werden entsprechend der Studienordnung geahndet).
- Bei allen Aufgaben muss ein nachvollziehbarer und vollständiger Lösungsweg angegeben werden.
- Empfehlenswert ist die Verwendung von LaTeX. Eingescannte handschriftliche (gut lesbare!) Lösungen oder die Verwendung anderer Textsatzsysteme sind auch möglich. Alle Abgaben sind im PDF Format einzureichen.
- Bitte reichen Sie Ihre Lösungen in Form eines einzelnen PDF-Dokuments (max. 2MB) an die obige Emailadresse ein.

Es gelten die Konventionen und die Notation der Übungsblatter 9, 10 und 11, insbesondere bzgl. der diskreten Fourier Transformation.

Aufgabe 1: Fourier Transformation (7 Punkte)

Aufgabe 1.1: Eigenschaften der DFT-Matrix (2 Punkte)

Nennen Sie zwei wichtige Eigenschaften der DFT-Matrix und beschreiben Sie kurz, was diese bedeuten.

Aufgabe 1.2: Eigenschaften der Diskreten Fourier Transformation (4 Punkte)

Zeigen Sie, dass folgende Formeln von Übungsblatter 10 gelten:

i) Parsevalsche Gleichung:

$$\langle u, v\rangle = \frac{1}{N}\sum_{i=0}^{N-1} \hat{u}_i\,\bar{\hat{v}}_i. \tag{1}$$

ii) Verschiebung:

$$\widehat{S^k u}_m = e^{-2\pi i m k/N}\,\hat{u}_m. \tag{2}$$

Aufgabe 1.3: Eigenschaften der Diskreten Fourier Transformation (1 Punkte)

Gegeben ist die diskrete Fourier Transformation eines Signales der Länge 8 in Abb. **??**. Welche Eigenschaft(en) des Signals im Ortsraum können Sie daraus ablesen?

Aufgabe 2: Schnelle Fourier Transformation (3 Punkte)

Aufgabe 2.1: Eigenschaften (1 Punkte)

Erläutern Sie das Grundprinzip der FFT, welche es ermöglicht, eine Laufzeit von $N\log(N)$ zu erreichen, in höchstens zwei Sätzen.

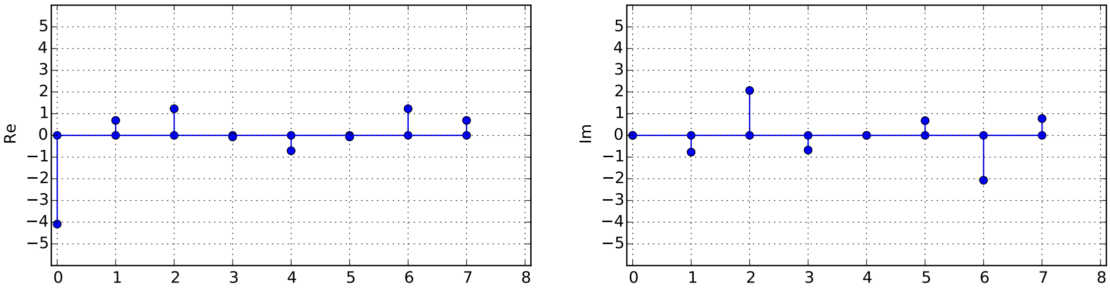

Abbildung 1

Aufgabe 2.2: FFT Beispiel (2 Punkte)

Berechnen Sie die diskrete Fourier Transformation des Signals $x = \{\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, 0, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, 0, \frac{1}{4}\}$ mit Hilfe der FFT per Hand. Verwenden sie dafür die nicht-rekursive Variante der FFT und geben sie jeden Schritt an.